

Programme de colles

semaine 8
du 24 au 28 novembre

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 10 - Relations binaires

- Relation binaire, propriétés éventuelles (réflexivité, symétrie, antisymétrie, transitivité).
- Relation d'équivalence, classe d'équivalence, ensemble quotient. Les classes d'équivalence forment une partition de l'ensemble E sur lequel la relation est définie.
- Relation d'ordre, ordre strict associé.
- Éléments comparables, relation d'ordre partielle/totale.
- Éléments remarquables d'une partie d'un ensemble ordonné :
 - × Majorant/minorant, maximum/minimum, borne supérieure/inférieure.
 - × Lien entre maximum et borne supérieure, opérations sur les bornes supérieures (\subset et \cup).
- Fonction monotone entre deux ensembles ordonnés.

Chapitre 11 - Structures algébriques usuelles (1^{re} partie)

- Loi de composition interne, magma, propriétés éventuelles (associativité, commutativité, distributivité).
- Éléments réguliers, élément neutre, éléments inversibles (dans un magma associatif unifère), propriétés des éléments inversibles.
- Itérés d'un élément (inversible) d'un magma associatif unifère.
- Construction de lois : loi induite sur une partie stable, loi produit, loi sur E^X avec E un magma et X un ensemble quelconque.
- Structure de groupe :
 - × Groupes usuels : $(\mathbb{Z}, +)$, $(\mathbb{Q}, +)$, $(\mathbb{R}, +)$, $(\mathbb{C}, +)$, (\mathbb{Q}^*, \times) , (\mathbb{Q}_+^*, \times) , (\mathbb{R}^*, \times) , (\mathbb{R}_+^*, \times) , (\mathbb{C}^*, \times) , (\mathbb{U}, \times) et (\mathbb{U}_n, \times) , avec $n \in \mathbb{N}^*$.
 - × Groupes des permutations d'un ensemble.
 - × Groupe produit, groupe G^X .
 - × Groupe des éléments inversibles d'un magma associatif unifère.
- Sous-groupe d'un groupe, propriétés, caractérisations.
- Morphisme de groupes :
 - × Morphisme, endomorphisme, propriétés des morphismes (image du neutre/de l'inverse/d'un itéré, composition, image directe/réiproque d'un sous-groupe).
 - × Image, noyau, caractérisation de l'injectivité.
 - × Isomorphisme, automorphisme, propriétés des isomorphismes, relation d'équivalence « être isomorphe ».
 - × Groupe des automorphismes d'un groupe.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Les classes d'équivalence d'une relation d'équivalence sur un ensemble E forment une partition de E .
- Opérations sur les bornes supérieures (\subset et \cup).
- Dans l'ensemble ordonné $(\mathcal{P}(E), \subset)$, avec E un ensemble, toute partie de $\mathcal{P}(E)$ admet une borne inférieure et une borne supérieure.
- Propriétés des éléments inversibles d'un magma associatif unifère.
- Groupe des éléments inversibles d'un magma associatif unifère.
- Classification des sous-groupes de \mathbb{Z} .
- Une des propriétés des morphismes de groupes.
- Caractérisation de l'injectivité d'un morphisme par le noyau.