

Tous les énoncés du cours (définitions et théorèmes) sont exigibles. En revanche, les seules démonstrations exigibles sont celles des résultats mentionnés au paragraphe « Questions de cours ».

Chapitre 22 - Applications linéaires

- Détermination d'une application linéaire par l'image d'une base.
- Caractérisation de la surjectivité/injectivité/bijektivité par l'image d'une base.
- Détermination d'une application linéaire sur une somme directe.
- Équation linéaire, structure de l'ensemble des solutions.
- Projecteurs et symétries. Propriétés, caractérisation algébrique, lien projecteur/symétrie.

Chapitre 23 - Espaces vectoriels de dimension finie

- Espace vectoriel de dimension finie.
- Existence de bases finies.
 - × Nombre maximal de vecteurs linéairement indépendants dans un espace vectoriel de dimension finie.
 - × Algorithme de la base incomplète et théorème de la base incomplète/extraite.
- Dimension d'un espace vectoriel.
 - × Définition.
 - × Dimension des espaces usuels ($\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$).
 - × Cardinal d'une famille libre/génératrice dans un espace de dimension n .
 - × Caractérisation des bases en dimension finie.
- Isomorphisme et dimension, classification des espaces vectoriels de dimension finie.
- Dimension de $E \times F$, dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.
- Dimension d'un sous-espace vectoriel, formule de Grassmann, dimension d'une somme directe.
- Existence de supplémentaires en dimension finie, dimension, caractérisation de la supplémentarité en dimension finie.
- Rang d'une famille finie de vecteurs, d'une application linéaire, rang *vs* composition (par un isomorphisme).
- Forme géométrique du théorème du rang, formule du rang, caractérisation des isomorphismes/automorphismes en dimension finie.
- Formes coordonnées relativement à une base, base duale des formes coordonnées en dimension finie.
- Hyperplan (défini comme le noyau d'une forme linéaire non nulle), hyperplan affine, caractérisation géométrique des hyperplans, équations d'un hyperplan, intersection d'hyperplans.

Questions de cours

- Exposer les énoncés relatifs à n'importe quelle notion du programme de colle.

Les preuves des énoncés suivants sont exigibles.

- Caractérisation algébrique des projecteurs.
- Dimension de $E \times F$.
- Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.
- Dimension d'un sous-espace vectoriel.
- Formule de Grassmann.
- Existence de supplémentaires en dimension finie, dimension.
- Forme géométrique du théorème du rang et formule du rang.
- Caractérisation géométrique des hyperplans.
- Intersection d'hyperplans (dans un espace de dimension n , la dimension de l'intersection de r hyperplans est minorée par $n - r$, et tout sous-espace de dimension $n - r$ se réalise comme l'intersection de r hyperplans).